

## Aufgabenstellung für die Präsentationsprüfung im Abitur (eA)

Prüfling:		Bekanntgabe:	
Referent/Referentin:		Abgabe Exposé:	
Korreferent/Korreferentin:		Prüfungsdatum:	
Vorsitz:		Kurs:	

Kugeln sind nicht Gegenstand der Anlage des Bildungsplans. Es wird erwartet, dass der Prüfling sich die notwendigen Grundlagen erarbeitet.

### Thema:

### Positionsbestimmung mit GPS – Lagebeziehungen von Kugeln

Navigationsgeräte sind ein fester Bestandteil unseres Alltags und helfen uns bei der Orientierung. Dies gelingt heute mit dem GPS (Global Positioning System), das in den 70er Jahren vom US-Verteidigungsministerium entwickelt wurde. Dabei kreisen mehrere Satelliten um die Erde, die mithilfe von Signalzeitmessungen die Position auf der Erde bestimmen. In der folgenden Aufgabe soll der mathematische Hintergrund zur Positionsbestimmung mit GPS betrachtet werden.

### Modellannahmen:

In der folgenden Überlegung nehmen wir vereinfacht an, dass die Positionsbestimmung via GPS mithilfe eines oder zweier Satelliten stattfinden soll. Weiter verwenden wir ein Kugelmodell der Erde, dessen Mittelpunkt in einem kartesischen Koordinatensystem liegt. Als Längeneinheit (1 LE) verwenden wir den Erdradius  $r_E = 6366$  km.

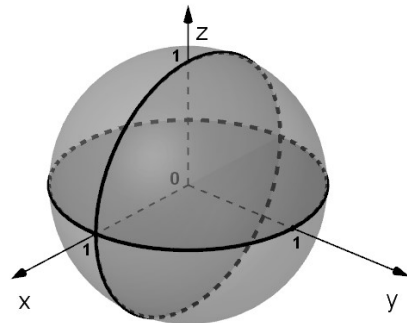


Bild: LI Hamburg / Daniel Behrens

### Aufgabenstellung zum Themengebiet Analytische Geometrie:

- **Erläutern** Sie, wie man in der Analytischen Geometrie Kugeln mithilfe von Gleichungen beschreiben kann.  
**Beschreiben** Sie die verschiedenen Lagebeziehungen, die zwei Kugeln unterschiedlicher Radien im Raum zueinander haben können.  
**Erläutern** Sie, warum es sich bei der Positionsbestimmung mit GPS-Satelliten um eine Bestimmung der Schnittmenge von Kugeln handelt.
- Angenommen, man verwendet zur Positionsbestimmung nur einen Satelliten.  
**Beschreiben** Sie ein Verfahren, mit dem sich mögliche Positionen auf der Erdoberfläche ermitteln lassen.  
**Stellen** Sie das Verfahren an einem selbstgewählten Beispiel **dar**.
- **Diskutieren** Sie, inwiefern ein zweiter Satellit eine exakte Positionsbestimmung ermöglicht.

## Aufgabenstellung zum Themengebiet Stochastik:<sup>1</sup>

Wandernde Satelliten, atmosphärische Störungen und Reflexionen der GPS-Signale an Hindernissen wie zum Beispiel Gebäuden verursachen Messungenauigkeiten.

Ein Navigationsgerät wird an einem festen Ort abgelegt. Die Positionsangaben streuen aufgrund der Messungenauigkeiten.

Die Messungenauigkeiten können annähernd als normalverteilt angenommen werden. So entsteht zum Beispiel in der geographischen Breite eine Messungenauigkeit mit der Standardabweichung von  $\sigma = 0,000\ 0497^\circ$  um die mittlere Position  $\mu = 6,836\ 840\ 209^\circ$ .

Hinweis:  $0,000\ 01^\circ \cong 1,11$

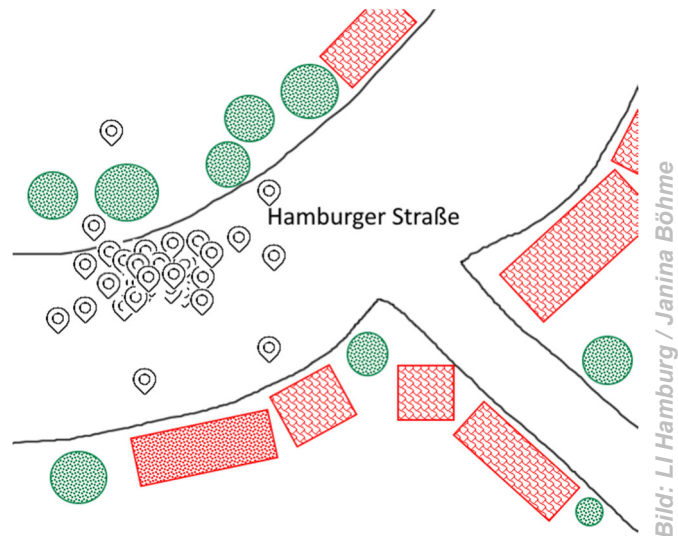


Bild eines ruhenden Navigationsgeräts und die Ortsbestimmung im Verlaufe der Zeit

- **Berechnen** Sie das  $2\sigma$ -Intervall für die Position in der geographischen Breite.
- **Beurteilen** Sie, welche Messgenauigkeit man in diesem Beispiel angeben kann.

<sup>1</sup>Für die Grundidee siehe Riemer, Wolfgang (2009). GPS - Dem Navi auf der Spur, Lernzirkel zu dem Schulbuch Lambacher Schweizer NRW Qualifikationsphase LK. Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart 2009, S. 19.